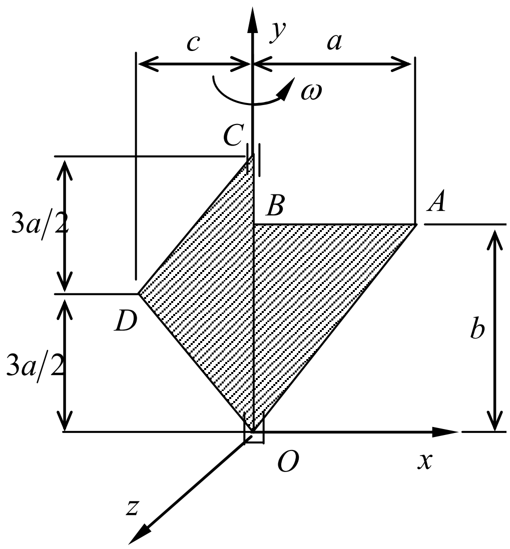
XII vežba

Dinamika krutih tela

- Dinamički pritisci na ležišta vratila rotora
- Giroskopski efekat
- Lagrange-ove jednačine druge vrste u primeni na sisteme sa više stepeni slobode kretanja

Zadatak 1. Materijalna homogena pločica $OABCDO$, mase m, dimenzija datih na *slici 1* obrće se oko ose OC konstantnom ugaonom brzine ω. Odrediti odnos b/a i c/a tako da ležišta O i C ne trpe dinamičke pritiske.



Slika 1.

Rešenje:

Da bi sistem bio dinamički uravnotzežen i da ležišta ne bi trpila dinamičke pritiske sila unercije i momenata sila onercije usled obrtanja sa jedne i sa druge (leve i desne) strane vratila oko koga se pločica obrće moraju da budu jednake. Zato sada sračunajmo prvo sile inercije i momente sila inercije za osu rotacije masa delova sistema sa jedne i sa druge (leve i desne) od ose i izjednačimo ih i dobićemo traženi odnos geometrijskih parametara pločice.

Jednačina linije, na kojoj je duž $\overline{OA}$ u koordinatnom sistemu xyz je $y_1 = \frac{b}{a}x$, pa su direktnin integraljenjem dobijeni izrazi za sile inercije i momenta sila inercije za osu rotacije sa desne strane OC ose:

$$I_{F1} = \omega^2 \rho" \left(\int_0^a \left(\int_{y_1}^{b} dy \right) \cdot x dx \right) = \omega^2 \rho" \frac{1}{6} b a^2$$

$$I_{\mathfrak{M}1} = \omega^2 \rho" \left(\int_0^a \left(\int_{y_1}^{b} y dy \right) \cdot x dx \right) = \omega^2 \rho" \frac{1}{8} b^2 a^2$$

Jednačina linije, na kojoj je duž $\overline{OD}$ u koordinatnom sistemu xyz je $y_2 = \frac{3a}{2c}x$, a linije, na kojoj je duž $\overline{DC}$ je $y_3 = -\frac{3a}{2c}x + 3a$, pa direktnim integraljenjem dobijamo izraze za sile inercije i momente sila inercijeza deo pločice sa leve strane OC ose rotacije:

$$I_{F2} = \omega^2 \rho" \left(\int_0^c \left(\int_{y_2}^{y_3} dy \right) \cdot x dx \right) = \omega^2 \rho" \frac{1}{2} ac^2$$

$$I_{\mathfrak{M}2} = \omega^2 \rho" \left(\int_0^c \left(\int_{y_2}^{y_3} y dy \right) \cdot x dx \right) = \omega^2 \rho" \frac{3}{4} a^2 c^2$$

Iz uslova da:

$$I_{F1} = I_{F2}$$

$$I_{\mathfrak{M}1} = I_{\mathfrak{M}2}$$

slede tražene vrednosti: $b = 2a$ $c = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} a$.

Drugi način: Do istog rezultata možemo doći i koristeči se devijacionim komponentana vektora momenata masa za pol u nepokretnom ležištu i osu rotacije. Na predavanju smo izveli sledeće izraze za nepoznate otpore veza koje dejstvuju na materijalno kruto telo koje se obrće oko nepokretne ose sa dva ležišta (dve skleronomne veze):

$$\vec{F}_{An} = -\vec{G} - \left(\vec{F}, \vec{n}\right)\vec{n}$$

$$\vec{F}_{AN} = \left|\vec{S}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}}_1 \text{ - } \frac{1}{r_B} \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}} + \frac{1}{r_B}\left[\vec{n}, \left[\left[\vec{r}_P, \vec{F}\right], \vec{n}\right]\right] + \frac{1}{r_B}\left[\vec{n}, \left[\left[\vec{r}_C, \vec{G}\right], \vec{n}\right]\right] - \left[\vec{n}, \left[F, \vec{n}\right]\right]$$

$$\vec{F}_B = \frac{1}{r_B} \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}} - \frac{1}{r_B}\left[\vec{n}, \left[\left[\vec{r}_P, \vec{F}\right], \vec{n}\right]\right] - \frac{1}{r_B}\left[\vec{n}, \left[\left[\vec{r}_C, \vec{G}\right], \vec{n}\right]\right]$$

a kako nema drugih aktivnih sila sem sila težine, a težište tela je na osi rotacuihe, to se prethodni vektorski izrazi za kinetičke otpore veza koje dejstvuju na materijalno kruto telo koje se obrće oko nepokretne ose sa dva ležišta (dve skleronomne veze) svodi na devijacioni spreg:

,

$$\vec{F}_{AN} = \left|\vec{S}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}}_1 \text{ - } \frac{1}{r_B} \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}}$$

$$\vec{F}_B = \frac{1}{r_B} \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| \vec{\mathfrak{R}}$$

gde su:

* Vektor momenta mase prvog reda za pločicu treba da je jednak nuli, odnosno da se središte sistema nalazi na osi rotacije. To sledi iz uslova da je:

$$\vec{S}_O^{(\vec{n})} = \iiint_V [\vec{n}, \vec{r}] dm = \left[\vec{j}, \vec{r}_C\right] = 0$$

a njegov rotator:

$$\vec{\mathfrak{R}}_1 = \omega^2 \vec{u} = \omega^2 \vec{i}$$

Drugim rečima vector $\vec{r}_C$ treba da je kolinearan sa osom rotacije. $x_C = 0$ *i* $z_C = 0$.

* *Devijacioni deo* $\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}$ vektora momenta inercije mase za pol u nepokretnom ležištu I osu rotacije treba da je jednak nuli.

$$\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| = \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{j})}\right| = \left|D_{Oyx}\vec{i} + D_{Oyz}\vec{k}\right| = 0$$

Vektor rotator je:

$$\vec{\mathfrak{R}} = \dot{\omega}\vec{u} + \omega^2 \vec{w} = \mathfrak{R}\vec{\mathfrak{R}}_0 ,$$

te je u našem slučaju:

$$\vec{\mathfrak{R}} = \omega^2 \vec{w} = \omega^2 \vec{j}$$

Ova dva uslova kažu da ako pločica nema devijaciona svojstva, ona pri rotaciji oko nepokretne ose konstantnom ugaonom brzinom neće stvarati kinetičke pritiske na ležišta vratila.

Zato je potrebno odreditli centrifugalne momente masa posmatrane pločice i izjednaliti ih sa nulom. Ima

$$J_{Oyx} = J_{Cy'x'} + x_C y_C M = J_{Cyx'} = 0$$

$$J_{Oyz} = J_{Cy'z'} + z_C y_C M = J_{Cy'z'} = 0$$

Za ovako izabrani koordinatni sistem u odnosu na pločicu centrifugalni momen mase pločice J_{Cyz} identički je jednak nuli, pa sa pločica nema devijaciona svojstva potrebno je da je centrifugalni moment mase J_{Cyx} jednak nuli.

Da se nebi javljali kinetički pritisci na ležišta rotora potrebno je da pločica nema devijaciona svojstva u odnosu na osu rotacije, odnosno, ako je osa rotacije postavljena tako da je u pravcu glavne ose momenata inercije masa, onda pri rotaciji ne ozaziva kinetičke pritiske na ležišta vratila oko koga rotira.

$$mx_C = \iint_A xdm = \rho"\left(\int_0^a\left(\int_{y_1}^{b} dy\right)\cdot xdx\right) - \rho"\left(\int_0^c\left(\int_{y_2}^{y_3} dy\right)\cdot xdx\right) = \rho"\frac{1}{6}ba^2 - \rho"\frac{1}{2}ac^2 = 0$$

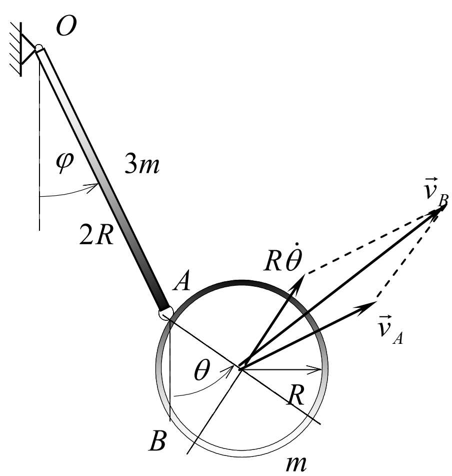
$$J_{Oyx} = \iint_A xydm = \rho"\left(\int_0^a\left(\int_{y_1}^{b} ydy\right)\cdot xdx\right) - \rho"\left(\int_0^c\left(\int_{y_2}^{y_3} ydy\right)\cdot xdx\right) = \rho"\frac{1}{8}b^2a^2 - \rho"\frac{3}{4}a^2c^2 = 0$$

Rešavanjem prethodnog sistema jednačina dobijamo tražene geometrijske parametre za koje pločica nema devijaciona svojstva, a to su:

: $b = 2a \qquad c = \dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{3}a$.

Tada je pločica uravnotežena i rotira oko svoje glavne ose momenata inercije masa za pol u nepokretnom ležoštu.

Zadatak 2. Materijalni sistem prikazan na *slici 2* sastoji se od homogenog štapa OA, dužine $2R$, mase $3m$ i obruča B, mase m, poluprečnika R, koji su zglobno vezani u tački A. Sistem se nalazi u vertikalnoj ravni. Uzimajući za generalisane koordinate uglove otklona elemenata sistema od vertikale φ i θ, napisati diferencijalne jednačine kretanja sistema.



Slika 2

Rešenje:

Materijalni sistem na slici ima dva stepena slobode kretanja i za generalisane koordinate po preporuci iz teksta zadatka biramo uglove otklona elemenata sistema od vertikale φ i θ,

Aksijalni moment inercije mase štapa za osu kroz tačku u vrhu štapa O je: $J_O = \frac{1}{3}3m(2R)^2 = 4mR^2$, a aksijalni moment inercije mase obruča za osu kroz tačku B je: $J_B = mR^2$.

Kako obruč vrši složeno kretanje prenosno brzinom tačke A i relativno obrtanje oko tačke A ugaonom brzinom $\dot{\theta}$, to je brzina centra mase obruča po kosinusnoj teoremi:

$$v_B^2 = (2R)^2\dot{\varphi}^2 + R^2\dot{\theta}^2 + 2\cdot 2R\cdot R\cdot\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos(\theta-\varphi),$$

odnosno

$$v_B^2 = 4R^2\dot{\varphi}^2 + R^2\dot{\theta}^2 + 4R^2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos(\theta-\varphi)$$

Kinetička energija sistema izražena preko generalisanih koordinata φ i θ je:

$$E_k = \left(\frac{1}{2}J_0\dot{\varphi}^2\right) + \left(\frac{1}{2}mv_B{}^2 + \frac{1}{2}J_B\dot{\theta}^2\right),$$

odnosno:

$$E_k = 4mR^2\dot{\varphi}^2 + mR^2\dot{\theta}^2 + 2mR^2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos(\theta-\varphi).$$

Elementarni rad spoljašnjih sila težine na elementarnim pomeranjima duž generalisanih kordinata $d\varphi$ i $d\theta$ je:

$$dA = -3mgR\sin\varphi\cdot d\varphi - mg2R\sin\varphi\cdot d\varphi - mgR\sin\theta\cdot d\theta,$$

odnosno:

$$dA = -5mgR\sin\varphi\cdot d\varphi - mgR\sin\theta\cdot d\theta.$$

odakle odredjujemo generalisane sile koje odgovaraju generalisanim koordinatama φ i θ:

$$Q_\varphi = -5mgR\sin\varphi$$

$$Q_\theta = -mgR\sin\theta.$$

Lagrange-ove jednačine druge vrste za generalisane koordinate φ i θ su:

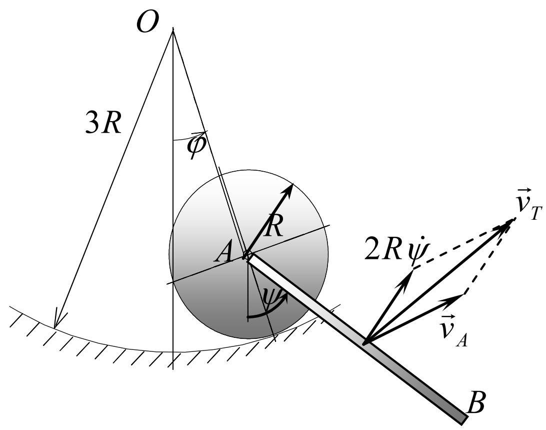
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial\dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial E_k}{\partial\varphi} = Q_\varphi, \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial\dot{\theta}}\right) - \frac{\partial E_k}{\partial\theta} = Q_\theta$$

unošenjem kinetičke energije u te jednačine dobijamo sistem od dve nelinearne diferencijalne jednačine:

$$8\ddot{\varphi} + 2\ddot{\theta}\cos(\theta-\varphi) - 2\dot{\theta}^2\sin(\theta-\varphi) = -5\frac{g}{R}\sin\varphi, \qquad 2\ddot{\varphi}\cos(\theta-\varphi) + 2\ddot{\theta} + 2\dot{\varphi}^2\sin(\theta-\varphi) = -\frac{g}{R}\sin\theta$$

ove jednačine su tražene diferencijalne jednačine kretanja složenog sistema klatna. sistema.

Zadatak 3. Homogeni disk A, mase $2m$, poluprečnika R, kotrlja se bez klizanja po nepokretnoj cilindričnoj površi poluprečnika $3R$. Za središte diska zglobno je vezan homogeni štap AB, mase $3m$, dužine $4R$, kao što je to prikazano na *slici 3*. Uzimajući za generalisane koordinate φ i ψ ugaonih otklona pravca OA i štapa AB od vertikale, napisati diferencijalne jednačine kretanja sistema.



Slika 3.

Rešenje:

Materijalni sistem na slici ima dva stepena slobode kretanja i za generalisane koordinate po preporuci iz teksta zadatka biramo uglove otklona elemenata sistema od vertikale φ i ψ ugaonih otklona pravca OA i štapa AB od vertikale,

Disk A vrši ravansko kretanje obrćući se oko trenutnog pola u tački dodira sa cilindričnom podlogom ugaonom brzinom ω_D, tako da je brzina njegovog centra mase $v_A = R\omega_D$, sa druge strane brzina tačke A koja se istovremeno obrće oko tačke O ugaonom brzinom $\dot{\varphi}$ ima brzinu $v_A = 2R\dot{\varphi}$ odakle dobijamo vezu između generalisane brzine $\dot{\varphi}$ i ugaone brzine ω_D trenutne rotacije diska $\omega_D = 2\dot{\varphi}$. Aksijalni moment inercije mase diska za osu upravnu na ravan diska kroz tačku A - centar diska, je:

$$J_A = \frac{1}{2}2m(R)^2 = mR^2$$

Aksijalni moment inercije mase štapa za osu oko koje štap rotira ugaonom brzinom $\dot{\psi}$ kroz tačku T, težište štapa je:

$$J_T = \frac{1}{12}3m(4R)^2 = 4mR^2.$$

Kako štap vrši složeno kretanje prenosno brzinom centra mase diska i relativno obrtanje oko tačke A ugaonom brzinom $\dot{\psi}$, to je brzina centra mase štapa po kosinusnoj teoremi:

$$v_T^2 = v_A{}^2 + (2R)^2\dot{\psi}^2 + 2\cdot v_A \cdot 2R\dot{\psi}\cos(\psi-\varphi),$$

odnosno:

$$v_T^2 = 4R^2\dot{\varphi}^2 + 4R^2\dot{\psi}^2 + 8R^2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos(\psi-\varphi)$$

Kinetička energija sistema izražena preko generalisanih koordinata je:

$$E_k = \left(\frac{1}{2}2mv_A{}^2 + \frac{1}{2}J_A(2\dot{\varphi})^2\right) + \left(\frac{1}{2}3mv_T{}^2 + \frac{1}{2}J_T\dot{\psi}^2\right),$$

odnosno

$$E_k = 12mR^2\dot{\varphi}^2 + 8mR^2\dot{\psi}^2 + 12mR^2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos(\psi-\varphi).$$

Elementarni rad spoljašnjih sila težine elementarnim pomeranjima generalisanih kordinata $d\varphi$ i $d\psi$ je:

$$dA = -2mg\cdot 2R\sin\varphi\cdot d\varphi - 3mg\cdot 2R\sin\varphi\cdot d\varphi - 3mg\cdot 2R\sin\psi\cdot d\psi,$$

odnosno:

$$dA = -10mgR\sin\varphi\cdot d\varphi - 6mg\cdot R\sin\psi\cdot d\psi$$

odakle odredjujemo generalisane sile koje odgovaraju feneralisanim koordinatama φ i ψ:

$$Q_\varphi = -10mgR\sin\varphi \qquad Q_\psi = -6mg\cdot R\sin\psi$$

Lagrange-ove jednačine druge vrste za generalisane koordinate φ i ψ su:

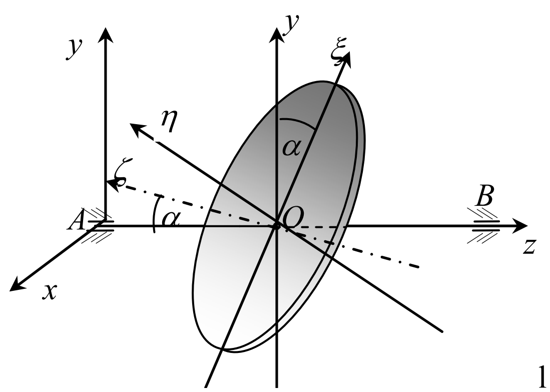
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial E_k}{\partial \varphi}=Q_\varphi$$
,
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\psi}}\right)-\frac{\partial E_k}{\partial \psi}=Q_\psi$$

i pomoću nih i izraza za kinetičku energiju i generalisane sile sastavljamo sledeći sistem diferencijalnih jednačina kretanja po generalisanim koordinatama:

$$24\ddot{\varphi}+12\ddot{\psi}\cos(\psi-\varphi)-12\dot{\psi}^2\sin(\psi-\varphi)=-10\frac{g}{R}\sin\varphi$$
,
$$12\ddot{\varphi}\cos(\psi-\varphi)+16\ddot{\psi}+12\dot{\varphi}^2\sin(\psi-\varphi)=-6\frac{g}{R}\sin\psi$$

ove jednačine su tražene diferencijalne jednačine kretanja sistema.

Zadatak 4. Kružna ploča, mase m, poluprečnika r , na sredini vratila AB dužine l, obrće se konstantnom ugaonom brzinom ω oko ose AB, *slika 4*. Normala ploče sa osom AB gradi ugao α. Odrediti pritiske u ležištima A i B.



Slika 4.

Rešenje:

Pošto su $x_C = y_C = 0$ $z=\overline{AO}=a$, $\overline{OB}=b$ $a=b=l/2$, $\dot{\omega}=0$. Kako su jednačine statičke ravnoteže

$$\sum X=\sum Z=0,\ \text{i}\ \sum Y=-mg,$$
$$\mathfrak{M}_x=-mga,\ \mathfrak{M}_y=\mathfrak{M}_z=0$$

to jednačine otpora u ležištima A i B koji sadrže i statičke i kinetičke komponente pritiska na ležišta vratila iznose izražene za nepokretni koordinatni sistem $Axyz$ postaju:

$$X_A=\frac{\omega^2}{l}J_{xz},\ Y_A=mg\left(1+\frac{a}{l}\right)+\frac{\omega^2}{l}J_{yz},\ Z_A=0$$
$$X_B=-\frac{\omega^2}{l}J_{xz},\ Y_B=-mg\frac{a}{l}-\frac{\omega^2}{l}J_{yz}$$

Iz formula transformacija koordinata

$$y=\xi\cos\alpha+\zeta\sin\alpha,\ z=\xi\sin\alpha-\zeta\cos\alpha$$

pošto su $O\xi$ i $O\eta$ glavne ose momenata inercije mase diska, dobijamo da je:

$$J_{yz}=\int_V yz\,dm=\sin\alpha\cos\alpha\int_V\left(\xi^2-\zeta^2\right)dm=\sin\alpha\cos\alpha\left(J_{\Pi\xi}-J_{\Pi\zeta}\right)$$

S obzirom na vezu između polarnih (pod polarnim momentmom inercije mase m_i za ravan podrazumeva se proizvod mase i kvadrata rastojanja mase od te ravni) i aksijalnih (pod aksijalnim momentmom inercije mase m_i za osu podrazumeva se proizvod mase i kvadrata rastojanja mase od te ose) momenata inercije tj., da je aksijalni moment inercije jednak zbiru polarnih momenata za dve ortogonalne ravni koje se seku duž te ose dobijamo da je:

$$J_{yz} = \frac{1}{2}\left(J_\zeta - J_\xi\right)\sin 2\alpha\ ,\ J_{xz} = 0$$

Dobijamo otpore oslonaca:

$$Y_A = mg\left(1 + \frac{a}{l}\right) + \frac{mr^2\omega^2}{8l}\sin 2\alpha$$

$$Y_B = -mg\frac{a}{l} - \frac{mr^2\omega^2}{8l}\sin 2\alpha\ ,$$

jer je $J_\zeta = 2J_\xi = \frac{1}{2}mr^2$.

Drugi način: Do istog rezultata možemo doći i koristeči se devijacionim komponentama vektora momenata masa za pol u nepokretnom ležištu i osu rotacije. Na predavanju smo izveli sledeće izraze za nepoznate otpore veza koje dejstvuju na materijalno kruto telo koje se obrće oko nepokretne ose sa dva ležišta (dve skleronomne veze):

$$\vec{F}_{An} = -\vec{G} - \left(\vec{F},\vec{n}\right)\vec{n}$$

$$\vec{F}_{AN} = \left|\vec{S}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}}_1 - \frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}} + \frac{1}{r_B}\left[\vec{n},\left[\left[\vec{r}_P,\vec{F}\right],\vec{n}\right]\right] + \frac{1}{r_B}\left[\vec{n},\left[\left[\vec{r}_C,\vec{G}\right],\vec{n}\right]\right] - \left[\vec{n},\left[F,\vec{n}\right]\right]$$

$$\vec{F}_B = \frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}} - \frac{1}{r_B}\left[\vec{n},\left[\left[\vec{r}_P,\vec{F}\right],\vec{n}\right]\right] - \frac{1}{r_B}\left[\vec{n},\left[\left[\vec{r}_C,\vec{G}\right],\vec{n}\right]\right]$$

a kako nema drugih aktivnih sila sem sila težine to se prethodni vektorski izrazi za otpore veza koje dejstvuju na materijalno kruto telo koje se obrće oko nepokretne ose sa dva ležišta (dve skleronomne veze):

,

$$\vec{F}_{AN} = \left|\vec{S}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}}_1 - \frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}}$$

$$\vec{F}_B = \frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}}$$

Na predavanju snmo izveli i jednačinu rotacije:

$$J_{On}^{(\vec{n})}\ddot{\varphi} = \mathfrak{M}_n$$

gde je $\ddot{\varphi} = \dot{\omega}$, odnosno φ ugaona (generalisana koordinata) rotacije tela oko ose *orjentisane jediničnim vektorom* $\vec{n}$, $J_{On}^{(\vec{n})}$ aksijalni moment inercije mase tela koje se obrće oko ose vratila i za osu rotacije, *dok je* $\mathfrak{M}_n$ moment aktivnih sila za osu rotacije. .

gde su:

* Vektor momenta mase prvog reda $\vec{S}_O^{(\vec{k})}$ za cenrično, iako koso. nasadjen disk je jednak nuli, jer je njegov centar na osi rotacije(centralna osa):

$$\vec{S}_O^{(\vec{n})} = \iiint_V\left[\vec{n},\vec{r}\right]dm = \left[\vec{k},\vec{r}_C\right]m = 0$$

a njegov rotator:

$$\vec{\mathfrak{R}}_1 = \omega^2\vec{u} = \omega^2\vec{i}$$

* *Devijacioni deo* $\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{k})}$ vektora momenta inercije mase, koso nasadjenog diska, za pol u nepokretnom ležištu i osu rotacije za koji je potrebno odreditli centrifugalne momente masa ekscentričnog diska:

$$J_{Ozx} = J_{Cz'x'} + x_C z_C M \qquad J_{Ozx} = 0$$

$$J_{Ozy} = J_{Cz'y'} + z_C y_C M \qquad J_{Ozy} = \frac{1}{2}\left(J_\zeta - J_\xi\right)\sin 2\alpha$$

$$\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| = \left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{k})}\right| = \left|D_{Ozx}\vec{i} + D_{Ozy}\vec{j}\right| = \left|J_{Ozy}\right| = J_{Ozy} = \frac{1}{2}\left(J_\zeta - J_\xi\right)\sin 2\alpha$$

Vektor rotator je:

$$\vec{\mathfrak{R}} = \dot{\omega}\vec{u} + \omega^2\vec{w} = \mathfrak{R}\vec{\mathfrak{R}}_0,$$

te je u našem slučaju:

$$\vec{\mathfrak{R}} = \dot{\omega}\vec{i} + \omega^2\vec{j}$$

Pa sledi da su kinetiki pritisci centrično, ali koso nasadjenog diska :

$$\vec{F}_{AN} = -\frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}} = -\frac{1}{2\ell}\left\{\left(J_\zeta - J_\xi\right)\sin 2\alpha\right\}\left(\dot{\omega}\vec{i} + \omega^2\vec{j}\right)$$

$$\vec{F}_B = \frac{1}{r_B}\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right|\vec{\mathfrak{R}} = \frac{1}{2\ell}\left\{\left(J_\zeta - J_\xi\right)\sin 2\alpha\right\}\left(\dot{\omega}\vec{i} + \omega^2\vec{j}\right)$$

Kako nam je potrebna sila F_B u osloncu B to je dovoljno odrediti sledeće:

* *Devijacioni deo vektora* $\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}$, a kako smo u prethodnom odreditli centrifugalne momente masa pločice i videli da su dva jednaka nuli, a treći $J_{yz} = \frac{1}{4}ma^2$, to je:

$$\left|\vec{\mathfrak{D}}_O^{(\vec{n})}\right| = \left|\vec{\mathfrak{D}}_A^{(\vec{k})}\right| = \left|D_{Ayz}\right| = J_{yz} = \frac{1}{4}ma^2$$

Vektor rotator je:

$$\vec{\mathfrak{R}} = \dot{\omega}\vec{u} + \omega^2\vec{w} = \mathfrak{R}\vec{\mathfrak{R}}_0,$$

te je u našem slučaju:

Pa sledi da je: